

# Eindexamen wiskunde A vwo 2004-I (oude stijl)

## Master Mind

Master Mind is een denkspel voor 2 spelers: een speler (codemaker) maakt een geheime kleurencode. De andere speler (codebreker) probeert door raden en combineren achter die kleurencode te komen in zo weinig mogelijk beurten. Het spel kan in verschillende varianten worden gespeeld. Deze opgave gaat over één van die varianten.

De kleurencode bestaat uit 4 posities. De codemaker kiest voor elk van die vier posities een kleur. De codemaker moet daarbij kiezen uit de 7 kleuren rood, geel, groen, blauw, oranje, zwart en wit. Elke kleur mag maximaal één keer in de geheime code voorkomen. Voor de kleuren zullen we achtereenvolgens de volgende afkortingen gebruiken: ro, ge, gr, bl, or, zw en wi. Een voorbeeld van een code is [ro, bl, or, ge]. Bij deze code is de eerste positie rood, de tweede blauw, de derde oranje en de vierde geel.

Bij elke beurt doet de codebreker een poging om de geheime code te raden; de codemaker geeft bij elke beurt het resultaat, dat wil zeggen:

*hoeveel* kleuren staan op de juiste positie en

*hoeveel* kleuren komen wel in de code voor, maar staan niet op de juiste positie.

Een voorbeeld:

*De geheime code is [ro, or, zw, bl]. De codebreker raadt [bl, or, zw, wi]. De codemaker geeft dan als resultaat: 2 kleuren staan op de juiste positie, 1 kleur komt wel in de code voor maar staat niet op de juiste positie. We geven dit resultaat verkort weer met [2, 1]. In de volgende beurt raadt de codebreker [or, zw, zw, wi]. Het resultaat is nu: [1, 1].*

*Merk op dat het bij het raden is toegestaan om een kleur meer dan één keer te gebruiken.*

2p **14** □ Waarom is het niet mogelijk om [3, 1] als resultaat te krijgen?

Het is mogelijk dat de codebreker de eerste beurten gebruikt om te bepalen uit welke vier kleuren de geheime code bestaat. Door steeds per beurt maar één kleur te nemen, kan eenvoudig worden nagegaan of deze kleur wel of niet in de code is opgenomen. Zo kan in de eerste beurt bijvoorbeeld [ro, ro, ro, ro] worden geraden, in de tweede beurt [or, or, or, or], vervolgens [ge, ge, ge, ge], enzovoort.

Petra heeft op deze manier de eerste beurten gebruikt om te bepalen uit welke vier kleuren de geheime code bestaat. Ze gebruikt in haar volgende beurt alleen deze vier kleuren.

3p **15** □ Bereken de kans dat het resultaat van haar volgende beurt [4, 0] is.

In de rest van de opgave gaan we ervan uit dat Petra altijd op de hiervoor beschreven manier het spel begint om de vier kleuren van de geheime code te bepalen. Zij heeft minimaal drie en maximaal zes beurten nodig om te bepalen uit welke vier kleuren de geheime code bestaat.

Het is mogelijk dat zij precies vier beurten nodig heeft om te bepalen uit welke vier kleuren de geheime code bestaat terwijl het resultaat van de vierde beurt [0, 0] is.

3p **16** □ Leg uit hoe dat kan.

Je kunt de kansverdeling berekenen van het aantal beurten dat nodig is voor het bepalen van de vier kleuren van de geheime code. Deze kansverdeling staat gedeeltelijk in tabel 3.

tabel 3

aantal beurten	3	4	5	6
kans	$\frac{1}{35}$			$\frac{20}{35}$

7p **17** □ Bereken de verwachtingswaarde van het aantal beurten dat nodig is voor het bepalen van de vier kleuren van de geheime code.