

Eindexamen wiskunde A vwo 2004-I (oude stijl)

Vruchtwisseling

Vruchtwisseling is een begrip uit de landbouw. Vruchtwisseling houdt in dat op een stuk grond nooit twee achtereenvolgende jaren hetzelfde gewas verbouwd wordt. De grond ligt ook regelmatig braak, dat wil zeggen dat er niets wordt verbouwd. Vruchtwisseling vindt onder andere plaats om te voorkomen dat landbouwgrond door een te eenzijdig gebruik uitgeput raakt.

In deze opgave bekijken we een eenvoudig model voor vruchtwisseling, waarbij we uitgaan van één stuk grond van een boer. Deze boer heeft voor dit stuk grond elk jaar drie mogelijkheden: aardappels verbouwen, groente verbouwen of braak laten liggen.

Hij gaat als volgt te werk:

- als hij aardappels heeft verbouwd dan laat hij het daaropvolgende jaar altijd de grond braak liggen;
- nadat de grond een jaar braak heeft gelegen, verbouwt de boer altijd groente op de grond;
- na de groente laat hij de grond een jaar braak liggen óf hij verbouwt aardappels; beide mogelijkheden hebben daarbij evenveel kans.

De drie mogelijkheden met de bijbehorende overgangskansen kunnen met behulp van een graaf worden weergegeven.

3p **5** Teken zo'n graaf.

Neem aan dat hij in 1999 de grond braak liet liggen.

5p **6** Toon aan dat er een kans is van $\frac{1}{2}$ dat in 2005 groente verbouwd wordt.

Bij het beschreven model kan ook een overgangsmatrix P voor de jaarlijkse overgangskansen worden opgesteld.

De zevende macht van P is hieronder deels gegeven.

$$\begin{array}{l} \text{over 7 jaar} \\ \text{aardappels} \\ \text{braak} \\ \text{groente} \end{array} \begin{array}{c} \text{dit jaar} \\ \begin{array}{ccc} a & b & g \\ \left[\begin{array}{ccc} \frac{1}{8} & \frac{1}{4} & \frac{3}{16} \\ * & \frac{3}{8} & \frac{7}{16} \\ * & * & * \end{array} \right] \end{array} \end{array} = P^7$$

4p **7** Geef de ontbrekende elementen van P^7 . Licht je antwoord toe.

De veertiende macht van P is hieronder gegeven. De elementen van P zijn afgerond op drie decimalen.

$$\begin{array}{l} \text{over 14 jaar} \\ \text{aardappels} \\ \text{braak} \\ \text{groente} \end{array} \begin{array}{c} \text{dit jaar} \\ \begin{array}{ccc} a & b & g \\ \left[\begin{array}{ccc} 0,203 & 0,195 & 0,203 \\ 0,406 & 0,398 & 0,398 \\ 0,391 & 0,406 & 0,398 \end{array} \right] \end{array} \end{array} = P^{14}$$

Neem aan dat de boer vanaf 1995 op deze manier te werk is gegaan en ook in de toekomst zo zal blijven handelen. We bekijken nu de periode van 2010 tot 2030.

4p **8** Gedurende hoeveel van deze 20 jaar zal de grond naar verwachting braak liggen? Licht je antwoord toe.