

Eindexamen wiskunde A vwo 2003-I (oude stijl)

Grondstofverbruik

Ongeveer dertig jaar geleden verscheen het 'Rapport van de Club van Rome'. Daarin wordt aandacht besteed aan het wereldwijd verbruik van veel grondstoffen. De schrijvers vreesden dat verschillende grondstoffen snel op zouden raken. Bij hun berekeningen hebben zij het begin van het jaar 1970 als uitgangspunt genomen. Het rapport vermeldt dat begin 1970 de voorraad koper 313 miljoen ton was en dat in 1970 het jaarverbruik van koper 8,7 miljoen ton bedroeg.

De *levensduur* van de voorraad van een grondstof is het aantal jaren vanaf begin 1970 totdat de voorraad van deze grondstof is uitgeput. Daarbij gaan we ervan uit dat er in de tussentijd geen nieuwe voorraden worden ontdekt. Zo is volgens het rapport de levensduur van de voorraad chroom 420 jaar, wanneer je aanneemt dat het jaarlijks verbruik van chroom steeds even groot is als in 1970, namelijk 1,9 miljoen ton.

Als we aannemen dat in de jaren na 1970 ook het jaarlijks verbruik van koper steeds even groot is als dat in 1970, dan is de levensduur van de voorraad chroom veel groter dan die van de voorraad koper.

- 3p 7 Hoeveel keer zo groot is dan de levensduur van de voorraad chroom, vergeleken met die van de voorraad koper? Licht je antwoord toe met een berekening.

In werkelijkheid was er ook destijds al sprake van een toenemende vraag naar grondstoffen. In het rapport heeft men hier aandacht aan besteed. Zo veronderstelde men dat vanaf 1970 het verbruik van koper jaarlijks zou groeien met 5,8% en het verbruik van chroom jaarlijks met 3,3%.

- 5p 8 Bereken in dat geval vanaf welk jaar het jaarverbruik van koper minstens 6 keer zo groot is als dat van chroom.

Wanneer het grondstofverbruik niet constant is maar jaarlijks groeit met een vast percentage, wordt de levensduur van de voorraad korter. Deze nieuwe levensduur geven we aan met L^* . Om L^* te berekenen gebruikt men de volgende formule:

$$L^* = \frac{230 \cdot \log(L \cdot p + 100) - 460}{p}$$

In deze formule is p het percentage waarmee het verbruik jaarlijks groeit en L de levensduur van de voorraad bij een constant jaarlijks verbruik.

- 3p 9 Bereken in welk jaar de voorraad chroom is uitgeput indien het verbruik vanaf 1970 jaarlijks met 3,3% groeit.

In het voorafgaande zijn we ervan uitgegaan dat er geen nieuwe voorraden ontdekt zouden worden. Dit gebeurt echter wel. We schatten dat er per jaar 20 miljoen ton koper ontdekt wordt.

Het totale verbruik van koper (in miljoenen tonnen) sinds 1 januari 1970 is te berekenen met de volgende formule:

$$\text{Totale verbruik} = 150 \cdot (1,058)^t - 150$$

Hierbij is t de tijd in jaren vanaf 1 januari 1970.

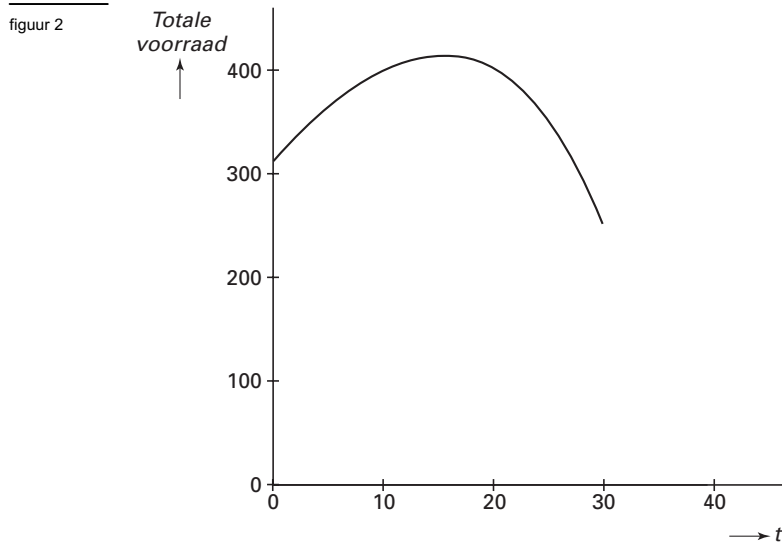
De totale voorraad koper (in miljoenen tonnen) is nu te berekenen met de formule:

$$\text{Totale voorraad} = 463 + 20t - 150 \cdot (1,058)^t$$

- 5p 10 Toon aan dat deze laatste formule uit de voorgaande gegevens volgt.

Eindexamen wiskunde A vwo 2003-I (oude stijl)

In figuur 2 zie je een schets van de grafiek van de totale voorraad koper.



- 5p 11 Stel de afgeleide functie op en bereken daarmee bij welke waarde van t de totale voorraad koper maximaal is.