

Eindexamen wiskunde A vwo 2003-II (oude stijl)

Koken

Drie studenten, Ger (G), Harm (H) en Kees (K), spreken af regelmatig voor elkaar te koken. In de keuken van hun studentenhuis hangt onderstaande intekenlijst voor een periode van twee weken.

Datum	5/3	6/3	7/3	8/3	9/3	10/3	11/3	12/3	13/3	14/3	15/3	16/3	17/3	18/3
Wie kookt?	G	G	H	G	K	K	G	H	H	G	K	K	H	H
Wie eet mee?	Ger	\times	\times	\times		\times	\times	\times		\times	\times	\times		\times
	Harm		\times	\times	\times		\times	\times	\times			\times	\times	\times
	Kees	\times	\times	\times	\times	\times		\times	\times	\times	\times	\times		

Op deze lijst is bijvoorbeeld af te lezen dat op 11 maart Ger kookte voor drie personen. Het komt soms voor dat iemand wel zorgt dat er een maaltijd klaarstaat, maar zelf niet mee-eet.

Na afloop van deze periode maken ze met bovenstaande lijst een overzicht wie hoe vaak voor wie gekookt heeft. Het resultaat is de matrix M .

$$\begin{array}{l} \text{kookt voor} \\ \text{Ger} \\ \text{Harm} \\ \text{Kees} \end{array} \begin{array}{l} \text{kok} \\ G \quad H \quad K \\ \begin{pmatrix} 4 & 3 & 3 \\ 3 & 5 & 2 \\ 5 & 3 & 3 \end{pmatrix} \end{array} = M$$

In de intekenlijst kun je zien dat de verdeling van de kookbeurten tussen Ger, Harm en Kees 5-5-4 was. Stel nu, dat je *niet* de intekenlijst zou hebben, maar alleen de matrix M en de informatie dat deze matrix betrekking heeft op de kookbeurten gedurende deze 14 dagen.

- 4p **6** Geef alle andere mogelijkheden op grond van de matrix M voor de verdeling van de kookbeurten tussen Ger, Harm en Kees.

De drie studenten storten elke maand een vast bedrag in de huishoudpot, ongeacht het aantal keer dat ze mee-eten. Wie kookt, moet zelf de boodschappen betalen, maar krijgt uit de huishoudpot een vaste vergoeding van 3,50 euro per persoon die mee-eet, dus maximaal 10,50 euro per keer dat hij kookt. De werkelijke kosten blijken nogal te verschillen per kok. Ger geeft gemiddeld slechts 1,50 euro per persoon per maaltijd uit. Harm probeert altijd iets bijzonders op tafel te zetten. Dat kost hem gemiddeld 3,00 euro per persoon. En als Kees kookt, geeft hij gemiddeld 2,50 euro per persoon uit.

Alle drie maken ze dus wat winst als ze koken.

- 3p **7** Bereken de totale winst die Ger in de hierboven beschreven periode maakt door te koken.

Kees vraagt zich af of uit de matrix M met behulp van matrixvermenigvuldiging berekend kan worden hoeveel winst ieder van de drie maakt. Hij stelt de 3×3 -matrix B op door

$$\text{achtereenvolgens } A = (1 \quad 1 \quad 1) \cdot M \text{ en } B = \begin{pmatrix} 2 \\ 0,5 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot A \text{ te berekenen.}$$

Hij is niet tevreden met het resultaat omdat B veel overbodige informatie bevat.

- 6p **8** Bereken B en beredeneer welke matrixelementen van B *niet* overbodig zijn.

$$\text{Later komt hij op het idee, niet de matrix } \begin{pmatrix} 2 \\ 0,5 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ maar de matrix } \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0,5 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ te gebruiken.}$$

Door matrices te vermenigvuldigen krijgt hij nu, uitgaande van matrix M , als uitkomst een matrix die uitsluitend de drie gezochte getallen bevat.

- 4p **9** Hoe kan hij dit gedaan hebben? Licht je antwoord toe met een berekening.