Antwoordmodel VWO 2003-I wiskunde A (oude stijl)

Antwoorden	Deel-scores

Levensduur van koffiezetapparaten

Maximumscore 4

1 □

• Na 2,5 jaar zijn er $1500 \cdot 0{,}99 \cdot 0{,}97$ apparaten	1
• Na 3,5 jaar zijn er $1500 \cdot 0{,}99 \cdot 0{,}97 \cdot 0{,}87$ apparaten	1
• Het verschil hiertussen bedraagt 187 apparaten	2

of

• de kansen 0,99 en 0,97	1
• de kans $1-0{,}87=0{,}13$	1
• de berekening $0{,}99 \cdot 0{,}97 \cdot 0{,}13$	1
• Dit levert, uitgaande van 1500 apparaten, 187 koffiezetapparaten	1

Antwoorden	Deel-scores
Maximumscore 7	
2 ☐ • de berekening van de cumulatieve percentages: 1,0; 4,0; 16,5; 37,3; 62,4; 82,7; 93,6; 99,0 (en 100)	2
• het correct aangeven van de punten op normaal waarschijnlijkheidspapier	2
• Deze punten liggen nagenoeg op een rechte lijn	1
• het gemiddelde aflezen met behulp van de 50%-lijn	1
• de standaarddeviatie aflezen met behulp van bijvoorbeeld een vuistregel van de normale verdeling	1
Indien de punten niet bij de rechter klassengrenzen zijn aangegeven	–1
Indien het gemiddelde en de standaarddeviatie berekend zijn met een tabel met klassenmiddens	–0
Maximumscore 5	
3 ☐ • $z = \frac{3-5}{1,6} = -1,25$	2
• het opzoeken in de tabel van $P(Z \leq -1,25) = 0,1056$	1
• De gevraagde kans is $0,1056^3 \approx 0,0012$	2
of	
• het invoeren van de juiste parameters bij de cumulatieve normale verdeling in de GR	2
• $P(X \leq 3) \approx 0,1056$	1
• De gevraagde kans is $0,1056^3 \approx 0,0012$	2
Maximumscore 5	
4 ☐ • Het gemiddelde van de totale levensduur is 15,0 jaar	1
• De standaarddeviatie is $1,6 \cdot \sqrt{3}$ ($\approx 2,77$)	2
• $z \approx -2,17$ of het invoeren van de juiste parameters bij de cumulatieve normale verdeling in de GR	1
• $P(T \leq 9) \approx 0,0150$ (met de tabel) of 0,0152 (met de GR)	1
Maximumscore 3	
5 ☐ • De apparaten uit 1993 waren begin januari 1997 gemiddeld 3,5 jaar oud	1
• Een jaar later zijn nog 506 − 125 = 381 van deze apparaten in gebruik	1
• $\frac{381}{506} \approx 0,75$ is de kans van 3,5 naar 4,5 jaar in figuur 1	1

	Antwoorden	Deel-scores
	Maximumscore 6	
6 ☐	• het opstellen van een model waarbij de nulhypothese $p = 0{,}5$ getoetst moet worden tegen $p > 0{,}5$ (met als stochast X het aantal apparaten dat na 8 jaar niet meer in gebruik is)	1
	• $P(X \geq 31) = 1 - P(X \leq 30)$	1
	• het inzicht dat $P(X \leq 30)$ een cumulatieve binomiale kans is	1
	• De waarden voor de tabel zijn $n = 50$, $p = 0{,}5$ en $X \leq 30$	1
	• $P(X \geq 31) \approx 1 - 0{,}9405 = 0{,}0595$ met een binomiale tabel	1
	• $0{,}0595 > 0{,}05$ dus er is niet voldoende aanleiding om de bewering van de fabrikant te verwerpen (de nulhypothese wordt niet verworpen)	1
	of	
	• het opstellen van een model waarbij de nulhypothese $p = 0{,}5$ getoetst moet worden tegen $p > 0{,}5$ (met als stochast X het aantal apparaten dat na 8 jaar niet meer in gebruik is)	1
	• $P(X \geq 31) = 1 - P(X \leq 30)$	1
	• het inzicht dat $P(X \leq 30)$ een cumulatieve binomiale kans is	1
	• het in de GR invoeren van de waarden $n = 50$, $p = 0{,}5$ en $X \leq 30$	1
	• $P(X \geq 31) \approx 1 - 0{,}9405 = 0{,}0595$	1
	• $0{,}0595 > 0{,}05$ dus er is niet voldoende aanleiding om de bewering van de fabrikant te verwerpen (de nulhypothese wordt niet verworpen)	1

Opmerking
Als de overschrijdingskans berekend is met een normale benadering zonder gebruik te maken van de continuïteitscorrectie, maximaal 5 punten toekennen.

N.B. Deze opmerking is ook aan de orde als gebruikgemaakt wordt van een zogenoemde testfunctie op de GR gebaseerd op een normale benadering zonder continuïteitscorrectie.

Grondstofverbruik

	Maximumscore 3	
7 ☐	• De levensduur van koper is $\frac{313}{8{,}7} \approx 36$ jaar	1
	• De gevraagde factor is $\frac{420}{36}$	1
	• het antwoord: (ongeveer) 11,7 keer zo groot	1
	Maximumscore 5	
8 ☐	• $8{,}7 \cdot 1{,}058^t = 6 \cdot 1{,}9 \cdot 1{,}033^t$	2
	• $1{,}024^t \approx 1{,}31$	1
	• $t \approx 11{,}4$ (of 11,3)	1
	• de conclusie: vanaf het jaar 1982	1
	of	
	• $8{,}7 \cdot 1{,}058^t = 6 \cdot 1{,}9 \cdot 1{,}033^t$	2
	• het aangeven hoe de GR moet worden gebruikt om de vergelijking op te lossen	1
	• $t \approx 11{,}3$ of $t = 12$ (als er bijvoorbeeld met een tabel gewerkt is)	1
	• de conclusie: vanaf het jaar 1982	1
	Maximumscore 3	
9 ☐	• $p = 3{,}3$ en $L = 420$ invullen in de formule	1
	• $L^* \approx 81{,}7$	1
	• de conclusie: in het jaar 2051	1

Maximumscore 5

10 ☐
- *Totale voorraad* = (hoeveelheid in 1970 + nieuw ontdekte hoeveelheid) − totale verbruik — 1
- hoeveelheid in 1970 + nieuw ontdekte hoeveelheid = $a + bt$ voor zekere a en b — 1
- hoeveelheid in 1970 + nieuw ontdekte hoeveelheid = $313 + 20t$ — 1
- *Totale voorraad* = $313 + 20t - (150 \cdot (1{,}058)^t - 150)$ — 1
- het herleiden tot de gegeven formule — 1

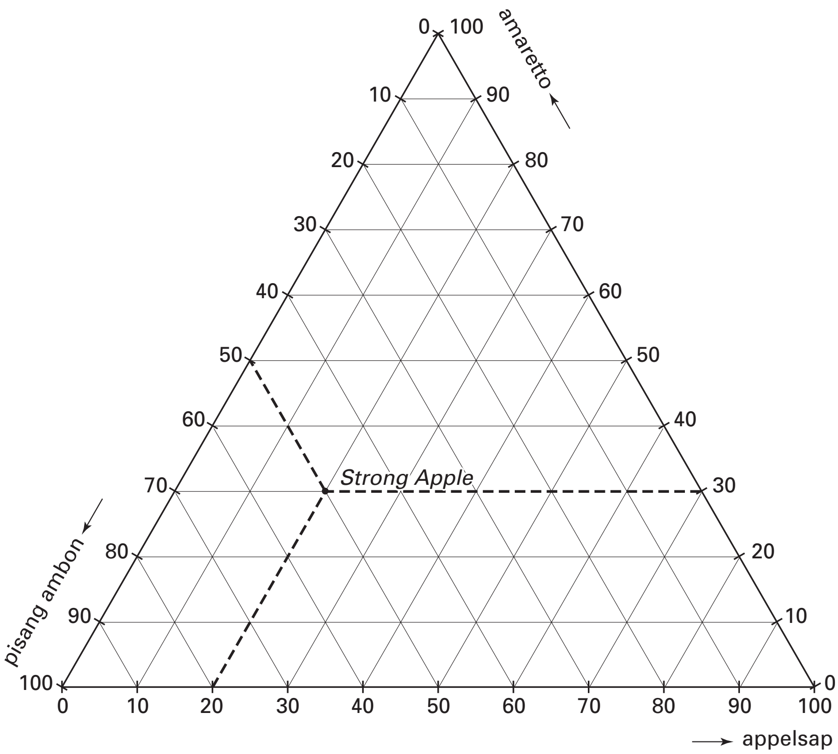
Maximumscore 5

11 ☐
- (*Totale voorraad*)′ $= 20 - 150 \cdot (1{,}058)^t \cdot \ln(1{,}058)$ — 3
- $(1{,}058)^t = \dfrac{20}{150 \cdot \ln(1{,}058)}$ ($\approx 2{,}36$) — 1
- $t \approx 15{,}3$ (of 15) — 1

Cocktails

Maximumscore 3

12 ☐
- het tekenen van minstens 2 hulplijnen — 2
- het tekenen van het punt zelf — 1

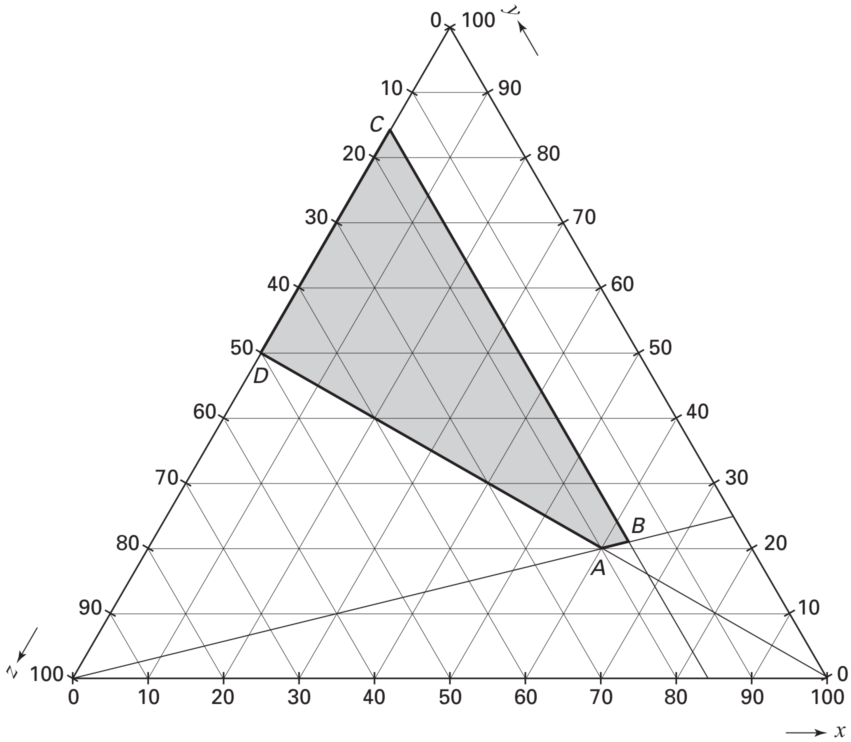


Maximumscore 4

13 ☐
- $W = 7{,}5 - 0{,}0025x - 0{,}04y - 0{,}03z$ — 1
- $W = 7{,}5 - 0{,}0025x - 0{,}04y - 0{,}03(100 - x - y)$ — 1
- $W = 7{,}5 - 0{,}0025x - 0{,}04y - 3 + 0{,}03x + 0{,}03y$ — 1
- $W = 4{,}5 + 0{,}0275x - 0{,}01y$ — 1

Maximumscore 4

14 ☐ • het tekenen van de lijn $y = z$ — 2
• het aangeven van het toegestane gebied — 2



Maximumscore 5

15 ☐ • het berekenen van de verhouding 60 : 20 : 20 — 1
• het berekenen van de verhouding 63 : 21 : 16 — 1
• het berekenen van de waarden van *W* in de vier hoekpunten — 2
• de conclusie: de maximale winst is € 6,02 per liter — 1

of

• het tekenen van ten minste twee isolijnen van *W* — 2
• het aangeven van het punt waarin *W* maximaal is — 1
• De verhouding is 63 : 21 : 16 — 1
• de conclusie: de maximale winst is € 6,02 per liter — 1

Opmerking
Als slechts één isolijn is getekend en niet duidelijk is aangegeven waarom W maximaal is in het gevonden punt, maximaal 4 punten toekennen.

Varkensstal

Maximumscore 3

16 ☐ de berekening $\frac{108}{4,2}+\frac{36}{2,3}+\ldots+\frac{945}{1,4}\approx 746,36$

Antwoorden	Deel-scores
Maximumscore 5	
17 ☐ • Bij de aanvraag hoort $M = 746{,}36$ dus categorie-II-formule $D = 6{,}995 \cdot M^{0{,}489}$ levert $D \approx 177{,}69$ (of 178)	1
• Als categorie I geldt, dan moet gelden (want M moet omlaag dus $M < 746{,}36$): $D \approx 177{,}69$ én $150 < M \leq 1000$ én $D = 9{,}157 \cdot M^{0{,}4804}$	2
• $M^{0{,}4804} = \dfrac{177{,}69}{9{,}157}$	1
• $M \approx 479{,}63$	1
Maximumscore 5	
18 ☐ • wat betreft de aansluiting tussen 1e en 2e gedeelte: bij $M = 150$ horen $D_1 = 100$ en $D_2 \approx 101{,}7$	2
• wat betreft de aansluiting tussen 2e en 3e gedeelte: bij $M = 1000$ horen $D_2 \approx 252{,}9$ en $D_3 \approx 251{,}0$	2
• de conclusie: nee, in beide overgangen is er een gat in de grafiek	1
Opmerking *Als de conclusie bijvoorbeeld luidt "ja, het sluit inderdaad bij beide overgangen redelijk aan", hiervoor geen punten in mindering brengen.*	
Maximumscore 4	
19 ☐ • De vraag is dus: voor welke M geldt $D_{III} < D_{IV}$?	1
• $7{,}556 \cdot M^{0{,}4189} < 3{,}013 \cdot M^{0{,}4863}$ leidt tot $M^{0{,}4863-0{,}4189} > \dfrac{7{,}556}{3{,}013}$	1
• $M^{0{,}0674} > 2{,}5078$	1
• $M > 839896{,}52$	1
of	
• De vraag is dus: voor welke M geldt $D_{III} < D_{IV}$?	1
• het aangeven hoe de GR moet worden gebruikt om de vergelijking $7{,}556 \cdot M^{0{,}4189} = 3{,}013 \cdot M^{0{,}4863}$ op te lossen	1
• $M \approx 839896{,}52$	1
• $M > 839896{,}52$	1
Opmerking *Als door correcte tussentijdse afronding een ander antwoord gegeven wordt, hiervoor geen punten in mindering brengen.*	
Maximumscore 6	
20 ☐ • Voor $500 < M \leq 1000$ moet gelden: $D = a \cdot M^b$	1
• Bij $M = 500$ moet gelden: $50 = a \cdot 500^b$	1
• Bij $M = 1000$ moet gelden: $86{,}68 = a \cdot 1000^b$	1
• $\left(\dfrac{1000}{500}\right)^b = \dfrac{86{,}68}{50}$	1
• $b \approx 0{,}7938$ (of 0,7937)	1
• $a \approx 0{,}360$ dus de gezochte formule is $D = 0{,}360 \cdot M^{0{,}7938}$	1

Einde